

1. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. Să se calculeze $f'(1)$. (4 pct.)
a) $\frac{1}{2}$; b) $-\frac{1}{4}$; c) 0; d) $\frac{1}{4}$; e) $-\frac{1}{2}$; f) 1.
2. Să se determine $m, n \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuația $x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx - 10 = 0$ să admită soluția $x_1 = i$. (4 pct.)
a) $m = -10$, $n = 3$; b) $m = 1$, $n = -1$; c) $m = -9$, $n = 3$; d) $m = 0$, $n = 0$; e) $m = -3$, $n = 10$; f) $m = 3$, $n = -10$.
3. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + m, & x \leq 1 \\ e^x - e, & x > 1 \end{cases}$ să fie continuă pe \mathbb{R} . (4 pct.)
a) $m = 3$; b) $m = 1$; c) $m = 4$; d) $m = 0$; e) nu există; f) $m = 3/2$.
4. Să se rezolve inecuația $\sqrt{x} < 1$. (4 pct.)
a) $[0,1)$; b) $(0,1)$; c) $[0,1]$; d) $(-1,1)$; e) nu are soluții; f) $[0, \infty)$.
5. Dacă (a, b) este o soluție a sistemului de ecuații $\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases}$, atunci (4 pct.)
a) $a^2 + b^2 = 1$; b) $a^2 + b^2 = 2$; c) $a^2 + b^2 < 0$; d) $a \neq b$; e) $a^2 b^2 = 2$; f) $a^2 + b^2 = 3$.
6. Să se calculeze termenul al zecelea al progresiei aritmetice cu primul termen $a_1 = 5$ și rația $r = 2$. (4 pct.)
a) 10; b) 25; c) 23; d) 20; e) 30; f) 18.
7. Să se calculeze $\int_0^1 \frac{x^2}{x^3 + 1} dx$. (4 pct.)
a) $2 \ln 2$; b) $\frac{\ln 3}{4}$; c) $\frac{\ln 3}{2}$; d) $3 \ln 2$; e) $\ln 2$; f) $\frac{\ln 2}{3}$.
8. Soluțiile ecuației $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ sunt (4 pct.)
a) $x_1 = 3$; b) $x_1 = 0$, $x_2 = 1$; c) nu există; d) $x_1 = 0$, $x_2 = 3$; e) $x_1 = 1$, $x_2 = 3$; f) $x_1 = -1$, $x_2 = -3$.
Notând $3^x = y$, rezultă $y > 0$ și înlocuind în relație obținem $y^2 - 4y + 3 = 0$. Soluțiile ecuației sunt $y = 1$ și $y = 3$. Din $3^x = 1$, obținem $x = 0$ și din $3^x = 3$ rezultă $x = 1$; deci $x \in \{0, 1\}$.
9. Expresia $E = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$, are valoarea (4 pct.)
a) $3\sqrt{2}$; b) $3\sqrt{3}$; c) 2; d) $2\sqrt{2}$; e) $2\sqrt{3}$; f) 3.
10. Fie ecuația $x^2 - ax + 4 = 0$, unde $a \in \mathbb{R}$ este un parametru. Dacă soluțiile x_1 și x_2 ale ecuației verifică egalitatea $x_1 + x_2 = 5$, atunci (4 pct.)
a) $x_1 = x_2$; b) $a < 0$; c) $x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$; d) $a = 0$; e) $a = 5$; f) $a = 4$.
11. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + n} - \sqrt{n^2 + 1})$. (4 pct.)
a) $-\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) ∞ ; d) nu există; e) 1; f) -1.
12. Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = xy + 2ax + by$. Să se determine relația dintre a și b astfel încât legea de compoziție să fie comutativă. (4 pct.)
a) $a - b = 2$; b) $a = 2b$; c) nu există; d) $a = b$; e) $a = \frac{b}{2}$; f) $a + b = 1$.

13. Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \int_x^{x+1} \frac{t^2}{\sqrt{t^4 + t^2 + 1}} dt$. Decideți: **(6 pct.)**
 a) f este impară; b) f are două puncte de extrem; c) graficul lui f admite o asimptotă oblică; d) graficul lui f admite o asimptotă orizontală; e) $f(0) = 0$; f) f este convexă.
14. Să se calculeze limita șirului $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k(k+1)}{2x^{k-1}}$, unde $|x| > 1$. **(6 pct.)**
 a) $\frac{x^3}{(x-1)^3}$; b) $\frac{x}{x-1}$; c) $\frac{1}{x}$; d) $\frac{1}{x-1}$; e) $\frac{x^2}{(x-1)^2}$; f) ∞ .
15. Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-1)^2 - 1}{x}$. **(6 pct.)**
 a) ∞ ; b) 2; c) 1; d) nu există; e) -2; f) $-\infty$.
16. Să se calculeze valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{4x^2 + 28x + 85} + \sqrt{4x^2 - 28x + 113}$. **(8 pct.)**
 a) $14\sqrt{2}$; b) 20; c) $12\sqrt{3}$; d) 19; e) $9\sqrt{5}$; f) $8\sqrt{6}$.
17. Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} 2 & x & 0 \\ x & -1 & x \\ 2 & -5 & 4 \end{vmatrix} = 0$. **(8 pct.)**
 a) $x_1 = 0, x_2 = 3$; b) $x_1 = -5/2$; c) $x_1 = 3$; d) $x_1 = 0, x_2 = 4$; e) $x_1 = 0$; f) $x_1 = 1, x_2 = 4$.
18. Fie $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z + 1$. Să se calculeze $f\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)$. **(8 pct.)**
 a) -1; b) i; c) $1 - i$; d) $1 + i$; e) $\sqrt{3}$; f) 0.